

**ВІДОКРЕМЛЕНИЙ СТРУКТУРНИЙ ПІДРОЗДІЛ  
КИЇВСЬКИЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА  
ТАВРІЙСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
ІМЕНІ В.І. ВЕРНАДСЬКОГО**

Циклова комісія комп'ютерно-інтегрованих технологій

ЗАТВЕРДЖУЮ

Заступник директора з навчальної-виховної роботи

\_\_\_\_\_  
Л. А. Пустовойт

«30» серпня 2023 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Дискретна математика**

**Галузі:** 12 «Інформаційні технології»

**Спеціальності:** 123 «Комп'ютерна інженерія»

**Відділення:** «Екології, комп'ютерних систем та автоматизації»

Київ – 2023 рік

Робоча програма «Дискретна математика»

(назва навчальної дисципліни)

для підготовки фахових молодших бакалаврів за освітньо-професійною програмою Обслуговування комп'ютерних систем і мереж для студентів 4 курсу галузі 12 Інформаційні технології спеціальності 123 Комп'ютерна інженерія розроблена на основі Навчальної програми.

РОЗРОБНИКИ :

Силенок Г. А., викладач вищої категорії, кандидат педагогічних наук

Казмірчук О.І., викладач вищої категорії, старший вчитель

(вказати авторів, їх посади, наукові ступені та вчені звання)

Робочу програму схвалено на засіданні циклової комісії: фундаментальних дисциплін

Протокол № від «28» серпня 2023 р.

Голова циклової комісії \_\_\_\_\_



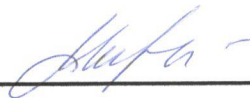
Л.М. Глушко

(ініціали та прізвище)

Розглянуто і рекомендовано до затвердження навчально-методичною радою коледжу

Протокол № від «30» серпня 2023 р.

Голова НМР: \_\_\_\_\_



Аліна МАРКОВА

## ЗМІСТ

1. Пояснювальна записка	4
2. Навчально-тематичний план дисципліни	7
3. Календарно-тематичний план дисципліни	8
4. Теми і плани лекційних занять	10
5. Теми і плани практичних занять	13
6. Теми і плани для самостійної роботи	14
7. Методи активізації навчального процесу	15
8. Система поточного і підсумкового контролю знань	17
9. Критерії оцінювання результатів навчання студентів	18
10. Рекомендована література	20
11. Додатки	22
12. Питання до заліку	22
13. Зразок індивідуальної роботи	23

## 1. ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

### Актуальність даної програми сьогодні.

Навчальна дисципліна «Дискретна математика» для студентів спеціальності «Комп'ютерна інженерія» належить до нормативної частини циклу професійної та практичної (професійно-орієнтованої) підготовки.

Сучасна математика інтенсивно проникає у всі сфери діяльності людини, об'єктивно відображаючи універсальні закони оточуючого світу. Сьогодні інтелектуал, прагнучи мати доступ до світової науки, зробити особистий внесок в її розвиток, вдосконалити своє логічне і абстрактне мислення, творчо і розумно користуватись комп'ютерною технікою, навіть тоді, коли йдеться про пошук у галузі гуманітарних наук, повинен знати математичні дисципліни, володіти математичною культурою.

### **Мета.**

Мета - оволодіння студентами необхідним математичним апаратом, який допомагає аналізувати, моделювати і розв'язувати прикладні інженерні задачі з застосуванням у випадку необхідності ЕОМ. Вивчення математичних дисциплін і їх застосування в економічній науці дозволить майбутньому спеціалістові не тільки одержати необхідні базові навички в економіці, але й творчо переосмисливши їх, сформувати своє бачення професійної діяльності.

### **Завдання.**

Завдання – ознайомлення з необхідними основами математичного апарату і прикладами його використання в сучасній економічній науці: елементами теорії множин та відношень алгебри, теорії функцій, комбінаторики, теорії графів.

Процес вивчення дисципліни «Дискретна математика» спрямований на формування елементів наступних компетентностей:

#### **а) загальні компетентності (КЗ):**

КЗ3. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

КЗ4. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.

КЗ5. Здатність спілкуватися іноземною мовою.

КЗ7. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел та практичного її застосування.

КЗ8. Здатність вчитися і бути сучасно навченим.

**б) спеціальні (фахові) компетентності (СК):**

КФ2. Здатність використовувати професійно-орієнтовані знання в галузі математики при розв'язанні прикладних і наукових завдань в області комп'ютерної інженерії.

КФ3. Розуміння закономірностей випадкових явищ і вміння застосовувати ймовірносно-статистичні методи для вирішення професійних завдань.

КФ4. Здатність до використання сучасних методів побудови та аналізу ефективних алгоритмів, основ теорії чисельних методів, і вміння їх реалізувати в конкретних застосуваннях.

КФ5. Розуміння теоретичних (логічних та арифметичних) основ побудови сучасних комп'ютерів і вміння їх застосовувати при вирішенні професійних завдань.

КФ11. Здатність до ділових комунікацій у професійній сфері, знання основ ділового спілкування, навички роботи в команді.

КФ14. Здатність аргументувати вибір методів розв'язування спеціалізованих задач, критично оцінювати отримані результати, обґрунтовувати прийняті рішення.

**Очікувані результати навчання.**

РН1. Знати способи аналізу, синтезу та подальшого сучасного навчання. Вміти проводити аналіз інформації, приймати обґрунтовані рішення, вміти придбати сучасні знання. Встановлювати відповідні зв'язки для досягнення цілей. Нести відповідальність за своєчасне набуття сучасних знань.

РН6. Мати досконалі знання державної мови та базові знання іноземної мови. Вміти застосовувати знання державної мови, як усно так і письмово, вміти спілкуватись іноземною мовою. Використовувати при фаховому та діловому спілкуванні та при підготовці документів державну мову. Використовувати іноземну мову у професійній діяльності.

PH11. Володіти базовими знаннями фундаментальних наук, в обсязі, необхідному для освоєння навчальних дисциплін професійної підготовки.

PH17. Знати сучасні методи побудови та аналізу ефективних алгоритмів, основи теорії чисельних методів, вміти аналізувати, оцінювати та вибирати існуючі алгоритми, розробляти нові алгоритми, які пов'язані з проектуванням апаратних та програмних компонент КСМ.

PH22. Знати дискретні структури і вміти застосовувати сучасні методи дискретної математики для аналізу і синтезу складних систем.

## 2. НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

№ тем и	Назва теми	Кількість годин			
		Всього	в тому числі		
			Лекції	Практ. заняття	Сам. робота
<b>Розділ 1. Теорія множин</b>		<b>32</b>	<b>24</b>	<b>8</b>	<b>34</b>
1.1	Теорія множин і відношень алгебри.	2	2	0	4
1.2	Основні операції алгебри множин	14	12	2	14
1.3	Теорія функції	6	4	2	6
1.4	Комбінаторика	10	6	4	10
<b>Розділ 2. Теорія графів</b>		<b>12</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>12</b>
2.1	Тема. Теорія графів. (Дерева. Теорія кодування )	12	8	4	12
<b>Всього</b>		<b>44</b>	<b>32</b>	<b>12</b>	<b>46</b>

### 3. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

№	Тема	Форма занять, кількість годин		
		Л.	Пр.	С.р.
<b>Розділ 1. Теорія множин</b>				
<b>Тема 1.1. Теорія множин і відношень алгебри.</b>				
1.	Зміст та задачі дискретної математики. Поняття множини. Способи задання множини.	2		4
	<b>Всього по темі</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>4</b>
<b>Тема 1.2. Основні операції алгебри множин</b>				
2.	Відношення між множинам. Геометричне зображення множин.	2		2
3.	Основні операції над множинами.		2	4
4.	Основні закони теорії множин.	2		2
5.	Декартовий добуток множин.	2		
6.	Поняття відношення. Способи задання відношень.			2
7.	Образи і прообрази елементів і множин відносно відношень.	2		2
8.	Властивості бінарних відношень.	2		
9.	Спеціальні бінарні відношення. Обернені бінарні операції.	2		2
	<b>Всього по темі</b>	<b>12</b>	<b>2</b>	<b>14</b>
<b>Тема 1.3 Теорія функції</b>				
10.	Поняття функції та відображення. Класифікація функцій. Потужність множин і зліченність.	2		4
11.	Поняття бінарної алгебраїчної операції. Властивості бінарних алгебраїчних операцій.	2	2	2
	<b>Всього по темі</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>6</b>
<b>Тема 1.4. Комбінаторика</b>				
12.	Правило добутку. Формула включень та виключення. Комбінаторні схеми.	2		
13.	Комбінаторні задачі з обмеженнями. Комбінаторика розбиття.			4
14.	Рекурентні співвідношення. Числа Фібоначчі. Розв'язування рекурентних співвідношень. Лінійні рекурентні співвідношення з сталими коефіцієнтами.	2	2	2



№	Тема	Форма занять, кількість годин		
		Л.	Пр.	С.р.
15.	Комбінаторика і ряди. Породжуючі функції. Біном Ньютона. Поліномна формула.	2		4
16.	Контрольна робота №1.		2	
	<b>Всього по темі</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>10</b>
	<b>Розділ 2. Теорія графів</b>			
	<b>Тема. Теорія графів. (Дерева. Теорія кодування )</b>			
17.	Основні поняття. Зображення графа. Плоскі графи.	2		2
18.	Орієнтовані графи. Основні поняття. Повний орієнтований граф.	2		4
19.	Типи графів.			2
20.	Пошук у графі. Пошук у глибину. Пошук у ширину.	2	2	2
21.	Прикладні задачі теорії графів.	2		2
22.	Контрольна робота № 2.		2	
	<b>Всього по розділу</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>12</b>
	<b>Всього по предмету</b>	<b>32</b>	<b>12</b>	<b>46</b>

## 4. ТЕМИ І ПЛАНИ ЛЕКЦІЙНИХ ЗАНЯТЬ

### РОЗДІЛ I. Теорія множин.

#### Лекція 1. Тема: Теорія множин і відношень алгебри.

##### План:

1. Зміст дискретної математики.
2. Задачі дискретної математики.
3. Поняття множини
4. Способи задання множини.

#### Лекція 2. Тема: Основні операції алгебри множин.

##### План:

1. Відношення між множинами..
2. Геометричне зображення множин.
3. Основні операції над множинами.
4. Властивості операцій над множинами.

#### Лекція 3. Тема: Основні закони теорії множин.

##### План:

1. Закони теорії множин.
2. Геометричне зображення множин.
3. Закони теорії множин.
4. Розв'язування вправ.

#### Лекція 4. Тема: Декартовий добуток множин.

##### План:

1. Поняття вектора.
2. Визначення прямого (декартового) добутку множин.
3. Властивості декартового добутку множин.

#### Лекція 5. Тема: Образи і прообрази елементів і множин відносно відношень.

##### План:

1. Образи і прообрази елементів.
2. Образи і прообрази множин відносно відношень.
3. Операції над відношеннями.

#### Лекція 6. Тема: Властивості бінарних відношень.

##### План:

1. Властивості бінарних відношень
2. Операції над відношеннями.
3. Відношення еквівалентності.
4. Відношення часткового порядку.
5. Приклади виконання практичних завдань.

### **Лекція 7. Тема: Поняття функції та відображення.**

#### **План:**

1. Поняття функції та відображення.
2. Класифікація функцій.
3. Потужність множин і зліченність

### **Лекція 8. Тема: Спеціальні бінарні відношення. Обернені бінарні операції.**

#### **План:**

1. Спеціальні бінарні відношення.
2. Обернені бінарні операції.
3. Елементи виділені відносно бінарної операції.

### **Лекція 9. Тема: Поняття функції та відображення.**

#### **План:**

1. Поняття функції та відображення.
2. Способи задання функції.
3. Позначення функції.
4. Композиція функцій.
5. Потужність множин.
6. Скінченні та злічені множини.

### **Лекція 10. Тема: Комбінаторика.**

#### **План:**

1. Правило добутку.
2. Формула включень та виключення.
3. Комбінаторні схеми.
4. Комбінаторні задачі з обмеженнями.
5. Комбінаторика розбиття.

### **Лекція 11. Тема: Рекурентні співвідношення.**

#### **План:**

1. Рекурентні співвідношення.
2. Числа Фібоначчі.
3. Розв'язування рекурентних співвідношень.
4. Лінійні рекурентні співвідношення з сталими коефіцієнтами.

### **Лекція 12. Тема: Комбінаторика і ряди. Породжуючі функції. Біном Ньютона. Поліномна формула.**

#### **План:**

1. Комбінаторика і ряди.
2. Породжуючі функції.
3. Біном Ньютона.
4. Поліномна формула.
5. Розв'язування прикладів.

## **РОЗДІЛ II. Теорія графів.**

### **Лекція 13. Тема Основні поняття. Зображення графа. Плоскі графи.**

#### **План:**

1. Введення в теорію графів.
2. Основні поняття і ознаки.
3. Графічне представлення графа.
4. Види графів.
5. Зв'язні компоненти графа.

### **Лекція 14. Тема Орієнтовані графи. Основні поняття.**

#### **План:**

1. Основні поняття.
2. Зв'язність.
3. Зображення орієнтованих графів.
4. Типи графів.
5. Петлі, псевдографи, направлені графи, регулярні графи.
6. Графи платонових тіл.
7. Розв'язування прикладів.

### **Лекція 15. Тема: Пошук у графі.**

#### **План:**

1. Пошук у графі.
2. Пошук у глибину.
3. Пошук у ширину.

### **Лекція 16. Тема: Прикладні задачі теорії графів.**

#### **План:**

1. Задача про найкоротший шлях.
2. Знаходження найкоротшого шляху в графі з ребрами одиничної довжини.
3. Знаходження найкоротшого шляху в графах з ребрами довільної довжини.
4. Побудова графа найменшої довжини.

## 5. ТЕМИ І ПЛАНИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

### **Заняття 1. Тема: Основні операції над множинами.**

#### **План:**

1. Сума множин.
2. Різниця множин.
3. Переріз множин.
4. Доповнення.
5. Розв'язування вправ.

### **Заняття 2. Тема: Поняття бінарної алгебраїчної операції.**

#### **План:**

1. Поняття бінарної алгебраїчної операції.
2. Властивості бінарних алгебраїчних операцій.
3. Розв'язування вправ.

### **Заняття 3. Тема: Рекурентні співвідношення. Числа Фібоначчі.**

**Розв'язування рекурентних співвідношень. Лінійні рекурентні співвідношення з сталими коефіцієнтами.**

#### **План:**

1. Рекурентні співвідношення.
2. Числа Фібоначчі.
3. Розв'язування рекурентних співвідношень.
4. Лінійні рекурентні співвідношення з сталими коефіцієнтами.
5. Перевірка індивідуальної роботи №1.

### **Заняття 4. Тема: Контрольна робота № 1.**

#### **План:**

1. Повторення навчального матеріалу.
2. Контрольна робота.

### **Заняття 5. Тема: Пошук у графі. Пошук у глибину. Пошук у ширину.**

#### **План:**

1. Пошук у графі.
2. Пошук у глибину.
3. Пошук у ширину.
4. Розв'язування вправ.

### **Заняття 6. Тема: Контрольна робота № 2.**

#### **План:**

1. Повторення навчального матеріалу.
2. Контрольна робота.

## 6. ТЕМИ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**Заняття 1-2. Тема:** Поняття відношення. Способи задання відношень.

**Заняття 3. Тема:** Відношення між множинами. Геометричне зображення множин.

**Заняття 4-5. Тема:** Основні операції над множинами.

**Заняття 6. Тема:** Основні закони теорії множин.

**Заняття 7. Тема:** Поняття відношення. Способи задання відношень.

**Заняття 8. Тема:** Образи і прообрази елементів і множин відносно відношень.

**Заняття 9. Тема:** Спеціальні бінарні відношення. Обернені бінарні операції.

**Заняття 10-11. Тема:** Поняття функції та відображення. Класифікація функцій. Потужність множин і зліченність.

**Заняття 12. Тема:** Поняття бінарної алгебраїчної операції. Властивості бінарних алгебраїчних операцій.

**Заняття 13-14. Тема:** Комбінаторні задачі з обмеженнями. Комбінаторика розбиття.

**Заняття 15. Тема:** Рекурентні співвідношення. Числа Фібоначчі. Розв'язування рекурентних співвідношень. Лінійні рекурентні співвідношення з сталими коефіцієнтами.

**Заняття 16-17. Тема:** Комбінаторика і ряди. Породжуючі функції. Біном Ньютона. Поліномна формула.

**Заняття 18. Тема:** Основні поняття. Зображення графа. Плоскі графи.

**Заняття 19-20. Тема:** Орієнтовані графи. Основні поняття. Повний орієнтований граф.

**Заняття 21. Тема:** Типи графів.

**Заняття 22. Тема:** Пошук у графі. Пошук у глибину. Пошук у ширину.

**Заняття 23. Тема:** Прикладні задачі теорії графів.

## 7. МЕТОДИ АКТИВІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ

Для активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів при вивченні дисципліни «Дискретна математика» застосовуються наступні методики:

**Міні-лекції** передбачають виклад навчального матеріалу з використанням мультимедійних засобів за короткий проміжок часу й характеризуються значною ємністю, складністю логічних побудов, образів, доказів та узагальнень. Міні-лекції, як правило, проводяться як частина заняття-дослідження.

**Робота в малих групах** — використовується з метою активізації роботи студентів при проведенні практичних занять. Це так звані групи психологічного комфорту, де кожен учасник відіграє свою особливу роль і певними своїми якостями доповнює інших. Використання цієї технології створює можливості для участі кожного студента в роботі за темою заняття, забезпечує формування особистісних якостей та досвіду соціального спілкування.

В процесі проведення **практичних занять** доцільно використовувати бригадний метод роботи. Студенти поділяються на **індивідуально-типологічні групи**. Всі студенти отримують аналогічні завдання, однак різним типологічним групам викладач надає різний вид допомоги з метою розвитку їх індивідуальних здібностей. Вид допомоги (надання опорного конспекту, алгоритму розв'язування завдання даного типу, визначення типових помилок в процесі розв'язування аналогічних завдань тощо) залежить від того до якої типологічної групи входить студент. Після завершення розв'язування задачі в кожній групі проходить обговорення отриманого розв'язку, допущених помилок, проводиться оцінювання результатів навчальної діяльності кожного студента.

**Самостійна пізнавальна діяльність** студентів, що проводиться в позаурочний час, повинна бути спрямована на розвиток творчих здібностей студентів. З цією метою створюється комплект творчих завдань підвищеного

рівня складності. В залежності від рівня підготовки студентів робота з творчими завданнями організовується індивідуально або в малих групах студентів. Студенти з високим рівнем підготовки працюють самостійно, інші студенти використовують бригадний метод роботи. Результати виконання 30 творчих завдань презентуються на практичних заняттях.

**Презентації** – виступи перед аудиторією – використовуються для представлення певних досягнень, результатів роботи студентів, звіту про виконання індивідуальних завдань з використанням технічних засобів.

**Підсумкове заняття**, що передбачає використання кейс-методу (метод аналізу конкретних ситуацій): предметна область пропонується студентами, кейс (ситуація та задачі до неї) формулюється викладачем, розробка проекту та його презентація відбувається на занятті.

**Творчий проект**: предметна область пропонується студентами, створення інформаційної моделі, проведення аналізу та розробка проекту відбувається поза заняттями під керівництвом викладача, презентація проекту відбувається на занятті.

Застосування таких форм організації навчально-пізнавальної діяльності студентів передбачає роботу над завданнями, що спрямовані на розвиток креативності. Тематика завдань є поглибленням або розширенням тематики програми дисципліни і має практичне підґрунтя, пов'язане з реаліями життя студента. Завдання носять або виключно проблемний характер, і тоді студент самостійно знаходить шляхи розв'язання, або містять алгоритм виконання. Але в будь-якому випадку ці завдання спрямовані не стільки на набуття якихось навичок, скільки на розвиток вміння аналізувати проблему, формалізувати її, шукати власні шляхи її вирішення за допомогою вивченого інструментарію, отримувати та аналізувати результат, проводити порівняльні характеристики тощо.



## **8. СИСТЕМА ПОТОЧНОГО І ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ**

Для визначення рівня засвоєння студентами навчального матеріалу використовуються наступні методи оцінювання знань:

### **1. Поточне оцінювання**

Поточне оцінювання студентів з дискретної математики проводиться безпосередньо під час навчальних занять або за результатами виконання домашніх завдань, усних відповідей, письмових робіт тощо.

### **2. Тематичне оцінювання**

Тематичному оцінюванню підлягають основні результати вивчення теми (розділу). Тематична оцінка виставляється на підставі результатів опанування студентами матеріалу теми впродовж її вивчення з урахуванням поточних оцінок, різних видів навчальних робіт (самостійних, практичних, контрольних робіт тощо) та навчальної активності студентів.

### **3. Семестрове оцінювання**

Семестрове оцінювання здійснюється за результатами тематичного оцінювання з урахуванням динаміки особистих навчальних досягнень студентів з предмету протягом семестру. Семестрова оцінка може підлягати коригуванню. У разі підвищення оцінки виставляється скоригована оцінка.

Підсумковий залік для студентів проводиться після вивчення матеріалу.

### **Питання до заліку**

1. Роль і значення дискретної математики в розвитку промисловості і науково-технічному прогресі.
2. Предмет, мета і задачі дисципліни. Поняття і базові визначення дискретної математики.
3. Множини. Способи задання множин. Основні поняття теорії множин.
4. Геометрична інтерпретація множин. Операції на множинах
5. Алгебра множин. Нескінченні множини.
6. Поняття відношення. Завдання відношень. Операції над відношеннями.
7. Властивості бінарних відношень. Відношення еквівалентності, порядку, толерантності.
8. Функціональні відношення. Реляційна модель даних.
9. Алгебраїчні операції та їх властивості.
10. Поняття алгебраїчної структури. Найпростіші алгебраїчні структури.
11. Кільця і поля.

12. Гратки.
13. Історія і задачі математичної логіки. Поняття логіки висловлень.  
Дедуктивні висновки у логіці висловлень.
14. Обчислення висловлень.
15. Логіка предикатів. Квантори. Формули у логіці предикатів.
16. Закони і тотожності у логіці предикатів.
17. Випереджені нормальні форми і логічний висновок у логіці предикатів.
18. Обчислення предикатів.
19. Багатозначна логіка.
20. Первинні поняття комбінаторного аналізу. Перестановки, розміщення, сполучення.
21. Формула включень та виключень. Застосування.
22. Біноміальна та поліноміальні формули.
23. Комбінаторні задачі і теорія чисел.
24. Композиції та розбиття. Продуктивні функції.
25. Асимптотичні оцінки та формули.

## 9. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ

Оцінка	Критерії
2	Студент володіє навчальним матеріалом на рівні елементарного розпізнавання та відтворення окремих фактів, елементів, об'єктів, що становлять незначну частину навчального матеріалу.
3	Студент володіє матеріалом на репродуктивному рівні: <ul style="list-style-type: none"> <li>– здатний відтворити значну частину теоретичного матеріалу, виявляє знання та розуміння основних положень, за допомогою викладача;</li> <li>– може аналізувати навчальний матеріал, порівнювати та робити висновки, виправляти допущені помилки.</li> <li>– застосовує графи до розв'язування логічних та текстових задач;</li> <li>– розв'язує комбінаторні задачі з обмеженнями;</li> <li>– знаходить найкоротший шлях в графові з ребрами довільної довжини з допомогою викладача;</li> <li>– знає основні поняття елементів комбінаторики, теорії графів та деякі типи графів</li> </ul>
4	Студент вільно володіє вивченим обсягом матеріалу: <ul style="list-style-type: none"> <li>– застосовує навчальний матеріал на практиці;</li> <li>– розв'язує задачі в стандартних ситуаціях, самостійно виправляє допущені помилки, добирає переконливі аргументи на підтвердження вивченого матеріалу;</li> <li>– частково контролює власні навчальні дії, наводити окремі власні приклади та підтвердження певних тверджень;</li> <li>– вміє порівнювати, узагальнювати, систематизувати інформацію під керівництвом викладача та самостійно, застосовувати її на практиці, контролювати власну діяльність, виправляти помилки та добирати аргументи на підтвердження певних думок під керівництвом викладача;</li> <li>– застосовує графи до розв'язування логічних, текстових та прикладних задач;</li> <li>– розв'язує комбінаторні задачі з обмеженнями;</li> <li>– знаходить найкоротший шлях в графові з ребрами довільної довжини;</li> </ul>
	Студент вільно володіє вивченим обсягом матеріалу та виявляє творчі здібності: <ul style="list-style-type: none"> <li>– самостійно визначає окремі цілі власної навчальної діяльності, оцінює окремі нові факти, явища, ідеї;</li> <li>– знаходить джерела інформації та самостійно використовує</li> </ul>

5	<p>їх відповідно до цілей, поставлених викладачем;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– вільно висловлює власні думки та відчуття, визначає програму особистої пізнавальної діяльності, самостійно оцінює різноманітні життєві явища та факти, виявляючи особисту позицію щодо них;</li> <li>– без допомоги викладача знаходить джерела інформації та використовує одержані відомості відповідно до мети та завдань власної пізнавальної діяльності;</li> <li>– використовує набуті знання та вміння в нестандартних ситуаціях;</li> <li>– розв’язує комбінаторні задачі з обмеженнями, рекурентні співвідношення;</li> <li>– знаходить ейлерові та гамільтонові цикли та шляхи в графах;</li> <li>– проводить пошук у графі у глибину та ширину;</li> <li>– застосовує графи до розв’язування логічних, текстових та прикладних задач;</li> <li>– знаходить найкоротший шлях в графові з ребрами довільної довжини;</li> <li>– будує мережевий графік.</li> </ul>
---	--

## 10. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### Основна:

1. Бардачов Ю. М. Дискретна математика / Ю. М. Бардачов, Н. А. Соколова, В. Є. Ходаков. – Київ: Вища шк., 2002. – 287 с.
2. Бондаренко М. Ф. Комп'ютерна дискретна математика / М. Ф. Бондаренко, Н. В. Білоус, А. Г. Руткас. – Харків: «Компанія СМІТ», 2004. – 480 с.
3. Основи дискретної математики / [Ю. В. Капітонова, С. Л. Кривий, О. А. Летичевський та ін.]. – Київ: «Наукова думка», 2002. – 580 с.
4. Міхайленко В. М. Дискретна математика / В. М. Міхайленко, Н. Д. Федоренко, В. В. Демченко. – Київ: Європ. ун-ту, 2003. – 319 с.
5. Нікольський Ю. В. Дискретна математика / Ю. В. Нікольський, В. В. Пасічник, Ю. М. Щербина. – Київ: Видавнича група ВНУ, 2007. – 368 с.
6. Триус Ю. В. Елементи математичної логіки з комп'ютерною підтримкою / Ю. В. Триус, К. М. Любченко. – Черкаси: Видавничий відділ ЧНУ, 2004. – 88 с.

### Додаткова:

1. Дослідження операцій. Практичний курс / [В. Є. Березовський, М. М. Гузій, В. М. Дякон та ін.]. – Умань: “Сочінський”, 2011. – 238 с.
2. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / И. В. Сергиенко. – Київ: Наук. думка, 1985. – 384 с.

### Інтернет ресурси:

1. Сайт «Дискретна математика» [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://www.diskret.yak.in.ua>.
2. Українські підручники онлайн [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://pidruchniki.ws>.
3. Мега-бібліотека. [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://mlib.org.ua>.

4. Автоматичний сервіс перевірки рішення [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://math-ua.semestr.ru>.

5. Колекція електронних підручників з комп'ютерних та математичних дисциплін [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: [http://www.is.svitonline.com/vcg/materials\\_ukr.html](http://www.is.svitonline.com/vcg/materials_ukr.html).

**Програмне забезпечення:**

1. Microsoft Office;
2. СКМ;
3. Графоаналізатор;
4. Advanced Grapher.

## ДОДАТКИ

### Зразок різнорівневих завдань

**Завдання 1 (0,5 б.)** Визначити, скільки різних натуральних дільників має число.

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| 1. $4004^{2003}$ . | 6. $5292^{4209}$ .  |
| 2. $2376^{2124}$ . | 7. $5625^{1154}$ .  |
| 3. $1980^{4015}$ . | 8. $5760^{5424}$ .  |
| 4. $9216^{2331}$ . | 9. $9720^{3105}$ .  |
| 5. $5184^{3171}$ . | 10. $6372^{2584}$ . |

**Завдання 2 (0,5 б.)** Визначити, скільки існує  $n$ -значних натуральних чисел:

- які закінчуються на дві сімки;
- які починаються з двох однакових цифр;
- в яких сусідні цифри різні;
- які діляться на 5 і в запису яких немає цифр 2, 4, 6 і 8;
- у записі яких немає цифри 9;
- у записі яких є рівно одна парна цифра;
- у записі яких обов'язково є цифра 5;
- у записі яких обов'язково є цифри 3 і 7;
- у записі яких немає жодної парної цифри;
- у записі яких є принаймні одна парна цифра.

**Завдання 3. (1 б.)** У десятковий запис скількох чисел від 0 до  $10^n$ :

- |                            |                           |
|----------------------------|---------------------------|
| 1. входить цифра 9;        | 6. цифра 5 входить двічі; |
| 2. цифра 9 входить двічі;  | 7. входять цифри 0 і 1;   |
| 3. входить цифра 0;        | 8. цифра 4 входить двічі; |
| 4. цифра 0 входить двічі;  | 9. не входить цифра 0;    |
| 5. не входять цифри 0 і 9; | 10. входять цифри 8 і 9?  |

**Завдання 4. (1 б.)** Із колоди, що складається з 52 карт, вибрали 6 карт. Визначити кількість випадків, коли серед цих карт є:

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| 1. принаймні один туз; | 6. немає жодного туза; |
|------------------------|------------------------|

- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| 2. рівно один туз;      | 7. більше одного туза;  |
| 3. чотири тузи;         | 8. більше двох тузів;   |
| 4. рівно два тузи;      | 9. рівно три тузи;      |
| 5. не менше двох тузів; | 10. принаймні три тузи. |

**Завдання 5. (1 б.)** Колода з 36 карт містить чотири масті по 9 карт у кожній. Визначити, скількома способами можна вибрати з колоди п'ять карт так, щоб серед них виявилось:

1. п'ять послідовних карт однієї масті;
2. п'ять послідовно занумерованих карт;
3. три карти з п'яти з однаковим номером;
4. чотири карти з п'яти з однаковим номером;
5. дві карти однієї масті, а три – іншої;
6. три карти з однаковим номером і дві – з іншим;
7. п'ять карт однієї масті;
8. усі карти з різними номерами;
9. дві карти з однаковим, а інші з різними номерами;
10. чотири карти однієї масті.

**Завдання 6. (1,5 б.)** У просторі взято  $n$  «червоних» і  $m$  «синіх» точок, причому так, що жодні чотири з них не лежать в одній площині. Визначити кількість:

1. відрізків, у яких один кінець – «червона» точка, а другий – «синя»;
2. відрізків з «червоними» кінцями;
3. відрізків із «синіми» кінцями;
4. трикутників, у яких усі вершини «червоні»;
5. трикутників, у яких усі вершини «сині»;
6. трикутників, у яких дві вершини «червоні» й одна «синя»;
7. трикутників, у яких дві вершини «сині» й одна «червона»;
8. тетраедрів, у яких усі вершини «червоні»;
9. тетраедрів, у яких три вершини «червоні» й одна «синя»;
10. тетраедрів, у яких дві вершини «червоні» та дві «сині».

**Завдання 7. (1,5 б.)** Визначити, скільки підмножин  $X$  множини  $M = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$  задовольняють такі умови:



1. множина  $X$  складається з чотирьох елементів і  $0 \in X, 2 \notin X$ ;
2. множина  $X$  складається з трьох елементів і  $0 \in X$ ;
3. множина  $X$  складається з п'яти елементів і  $1 \in X$ ;
4. множина  $X$  складається з шести елементів і  $2 \notin X$ ;
5. множина  $X$  складається із семи елементів і  $0 \in X, 1 \in X, 2 \notin X$ ;
6. множина  $X$  складається з двох парних і трьох непарних чисел;
7. у множині  $X$  не менше семи елементів;
8. множина  $X$  складається з п'яти елементів і  $0 \in X, 3 \notin X, 5 \notin X$ ;
9. множина  $X$  складається з шести елементів і  $0 \in X, 1 \notin X, 5 \in X$ ;
10. множина  $X$  складається з п'яти елементів і  $0 \in X, 3 \in X, 9 \notin X$ .

**Завдання 8. (1,5 б.)** Знайти кількість і суму натуральних чисел, які не перевищують 1000 і які:

1. не діляться на жодне з чисел 3, 5, 7;
2. не діляться на жодне з чисел 6, 10, 15;
3. не діляться на жодне з чисел 2, 6, 15;
4. не діляться на 3 і 7, але діляться на 4;
5. не діляться на 3 і 5, але діляться на 14;
6. не діляться на жодне з чисел 3, 8, 12;
7. не діляться на жодне з чисел 6, 12, 14;
8. не діляться на 2 і 5, але діляться на 21;
9. не діляться на жодне з чисел 2, 5, 15;
10. не діляться на 2 і 15, але діляться на 7.

**Завдання 9. (2 б.)** Визначити, скількома способами  $n$  чорних,  $m$  білих і  $k$  синіх куль можна розкласти в  $t$  різних коробок за таких умов:

- |                                   |                                    |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1. $n = 5, m = 6, k = 4, t = 3$ . | 6. $n = 8, m = 5, k = 6, t = 5$ .  |
| 2. $n = 7, m = 5, k = 6, t = 4$ . | 7. $n = 9, m = 4, k = 5, t = 3$ .  |
| 3. $n = 8, m = 5, k = 4, t = 3$ . | 8. $n = 5, m = 6, k = 5, t = 4$ .  |
| 4. $n = 7, m = 8, k = 6, t = 5$ . | 9. $n = 8, m = 6, k = 7, t = 5$ .  |
| 5. $n = 9, m = 4, k = 5, t = 4$ . | 10. $n = 6, m = 9, k = 5, t = 4$ . |

Розв'язати задачу за умови, що деякі коробки можуть бути порожніми, а також коли в кожній коробці повинна бути принаймні одна куля кожного кольору.

### Завдання 12. (2 б.)

1. Скількома способами можна з множини  $\{1, 2, \dots, 3n\}$  вибрати три числа так, щоб їх сума ділилася на 3?
2. Є  $2n$  елементів. Скількома способами можна розбити ці елементи на пари, якщо не розрізняються випадки з різним порядком пар або елементів у парах?
3. Скільки існує способів розміщення  $k$  пасажирів у  $n$  вагонах поїзда, при яких рівно  $m$  вагонів виявиться порожніми?
4. Скількома способами можна розкласти  $m + n + p$  різних предметів на 3 групи так, щоб у першій групі було  $m$ , у другій  $n$  і в третій  $p$  предметів?
5. Скількома способами можна розподілити  $3n$  різних книг між трьома особами так, щоб числа отриманих ними книг утворювали арифметичну прогресію?
6. Є по  $2n$  предметів чотирьох сортів. Скількома способами їх можна розділити на 2 групи по  $4n$  предметів?
7. Скількома способами можна розподілити між трьома людьми  $3n$  різних предметів так, щоб кожний одержав  $n$  предметів?
8. Є  $n$  однакових предметів і ще  $n$  різних предметів. Скількома способами можна вибрати з них  $n$  предметів?
9. Визначити число способів, якими двоє осіб можуть розділити  $2n$  предметів першого сорту,  $2n$  предметів другого сорту і  $2n$  предметів третього сорту так, щоб кожний одержав по  $3n$  предметів.
10. У скількох точках перетинаються діагоналі опуклого  $n$ -кутника, якщо жодні три з них не перетинаються в одній точці.

### Завдання 13. (2 б.) Знайти коефіцієнт при $x^k$ у розкладі полінома:

1.  $(2x + 3)^{12} + (3x - 1)^8$ ,  $k = 4$ .
2.  $(1 - 2x)^9 + (3x - 1)^{14}$ ,  $k = 6$ .
3.  $(x - 2/x)^{11} + (2x + 3)^{11}$ ,  $k = -5$ .
4.  $(3x^{2/3} - x^{3/2})^9 + (2x - 3/x)^{12}$ ,  $k = 11$ .
5.  $x(2 - 3x)^5 + x^3(1 + 2x^2)^7 - x^2(5 + 3x^3)^4$ ,  $k = 5$ .
6.  $(2 + x)^{12} + (3x - 2)^{14}$ ,  $k = 5$ .
7.  $(2x - 3)^{10} + (3x - 1)^{12}$ ,  $k = 7$ .

8.  $(1 + 2x)^{11} + (2x + 3)^{11}, k = 7.$
9.  $x(1 - 2x)^6 + x^4(1 - 3x^2)^5 - x^3(4 + 2x^3)^5, k = 7.$
10.  $(2 - x)^{10} + (1 + 3x)^{12}, k = 8.$

Питання для самоконтролю  
для теми: «Теорія графів»

1. Сформулюйте основні поняття графа. Яке його зображення ?
2. Що таке плоскі графи? Яка формула Ейлера?
3. Яке зображення ребер плоского графа ?
4. Що таке ейлерові графи, лабіринти, гамільтонові цикли та шляхи в графах?
5. Що таке графи з кольоровими ребрами? Сформулюйте властивості повних графів з кольоровими ребрами, графів з відміченими вершинами, задачі про фарбування вершин графа.
6. Що таке проблема чотирьох фарб?
7. Які орієнтовані графи ви знаєте? Що називається повним орієнтованим графом? .
8. Які типи графів вам відомі
9. Що означає пошук у графі, пошук у глибину, пошук у ширину?
10. Сформулюйте прикладні задачі теорії графів: задачу про найкоротший шлях, задачу про знаходження найкоротшого шляху в графі з ребрами одиничної довжини, задачу про знаходження найкоротшого шляху в графах з ребрами довільної довжини, задачу про побудову графа найменшої довжини.
11. Що таке метод розгалужень і меж, мережеве планування та управління, мережевий графік, критичний шлях, резерв часу, побудова мереженого графіка?